

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЦЕНТРАЛЬНОУКРАЇНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ
ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
КАФЕДРА ЕКСПЛУАТАЦІЇ ТА РЕМОНТУ МАШИН



ОСНОВИ ТЕОРІЇ ТРАНСПОРТНИХ ПРОЦЕСІВ І
СИСТЕМ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
(Частина I)

до практичних занять для студентів напряму
підготовки з галузі 27 "Транспорт",
спеціальності 275 "Транспортні технології (на
автомобільному транспорті)"

Кропивницький – 2018

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЦЕНТРАЛЬНОУКРАЇНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ
ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
КАФЕДРА ЕКСПЛУАТАЦІЇ ТА РЕМОНТУ МАШИН

ОСНОВИ ТЕОРІЇ ТРАНСПОРТНИХ ПРОЦЕСІВ І СИСТЕМ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

(Частина I)

до практичних занять студентів напряму
підготовки з галузі 27 "Транспорт",
спеціальності 275 "Транспортні технології (на
автомобільному транспорті)"

Друкується за рішенням
науково-методичної ради ЦНТУ
Протокол № від

2018

Методичні вказівки до практичних занять з курсу "Основи теорій транспортних процесів і систем" для студентів напрямку підготовки з галузі 27 "Транспорт", спеціальності 275 "Транспортні технології (на автомобільному транспорті)"/ Розроб. В. В. Аулін, С. В. Лисенко, А. В. Гриньків, Д. В. Голуб; Під загальною редакцією д.т.н. Ауліна В. В. – Кропивницький: ЦНТУ, 2018. – 42 с.

Автори:

Аулін Віктор Васильович, д.т.н., проф. кафедри ЕРМ;

Лисенко Сергій Володимирович, к.т.н., доц. кафедри ЕРМ;

Гриньків Андрій Вікторович, к.т.н.;

Голуб Дмитро Вадимович, к.т.н., доц. кафедри ЕРМ;

Відповідальний за випуск: С.В. Лисенко, к.т.н., доц. кафедри ЕРМ;

ЗМІСТ

Вступ	3
1. Теми та зміст практичних занять	4
Практичне заняття №1. Прогнозування обсягу перевезень автотранспортного підприємства за допомогою «моделі розвитку»	4
Практичне заняття №2. Прогнозування обсягу перевезень автотранспортного підприємства за допомогою моделі «попит - пропозиція».....	9
Практичне заняття №3. Розрахунок обсягу випуску за статистичною лінійною моделлю міжгалузевого балансу	15
Практичне заняття №4. Розрахунок матриці пасажирських кореспонденцій гравітаційним методом	25
2. Запитання для самоконтролю	37
Рекомендована література	39

ВСТУП

Мета навчальної дисципліни «Основи теорії транспортних процесів і систем» - набуття знань про сучасні методи розрахунку характеристик процесів перевезення вантажів та пасажирів, визначення продуктивності транспортних засобів для різних циклів вантажних та пасажирських перевезень, формування структури та раціонального використання парку транспортних засобів.

Предмет навчальної дисципліни – транспортний процес перевезення пасажирів і вантажів та ресурсне забезпечення його функціонування.

Завдання дисципліни «Основи теорії транспортних процесів і систем» - формування понятійного апарату системології, набуття знань про математичні основи опису транспортних систем, моделювання та аналіз їх функціонування у межах системного підходу та отримання необхідних навичок застосування набутих знань для вирішення практичних завдань.

Мета методичних вказівок - допомогти студентам закріпити теоретичний матеріал з навчальної дисципліни на практичних заняттях, виконуючи запропоновані завдання.

Виконання завдань являє собою вирішення задач, що виникають у реальному транспортному процесі.

У процесі виконання завдань студенти глибше опановують методи й послідовність системного дослідження транспортних об'єктів, засобів визначення структури зовнішнього середовища та моделі транспортних систем.

1. ТЕМИ ТА ЗМІСТ ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

Змістовий модуль 1.

Транспортний процес перевезення пасажирів та вантажів

Практичне заняття №1.

ТЕМА: Прогнозування обсягу перевезень автотранспортного підприємства за допомогою «моделі розвитку».

Мета: навчитися прогнозувати обсяги перевезень автотранспортного підприємства за допомогою «моделі розвитку» та перевірити ступінь освоення питань, що викладаються в лекційному курсі за цією темою.

Зміст роботи: побудувати тренд часового ряду, що відображує зміну досліджуваного параметра – обсягу перевезень автотранспортного підприємства.

Завдання. Визначити прогнозне значення обсягу перевезень автотранспортного підприємства за допомогою „моделі розвитку”.

Початкові дані наведені в табл. 1.1 і 1.2. З табл. 1.1 початкові дані обирають за передостанньою цифрою залікової книжки, а з табл. 1.2 – за останньою цифрою.

Таблиця 1.1

Обсяг перевезень за роками (Q), тис. т.

Номер звітного року (t)	Номер варіанта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	162	130	178	214	136	144	122	133	129	118
2	208	152	168	126	158	146	131	162	151	123
3	186	170	134	202	129	148	138	184	150	135
4	190	165	152	168	153	139	152	180	160	141
5	190	153	130	139	184	201	163	142	155	185

Таблиця 1.2

Обсяг перевезень за роками (Q), тис. т.

Номер звітного року (t)	Номер варіанта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
6	210	168	144	167	214	210	145	141	168	173
7	213	152	138	158	170	206	152	143	172	178
8	206	165	143	173	190	216	157	151	167	181
9	194	158	133	148	186	208	160	150	160	183

10	214	163	176	170	167	151	149	191	158	139
----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Вказівки до виконання завдання

1. Знайти вид тренду часового ряду за допомогою рівняння прямої:

$$Q = a_0 + a_1 \cdot t, \quad (1.1)$$

де Q – обсяг перевезень, тис. т.;

a_0, a_1 – коефіцієнти моделі;

t – номер року.

Тренд – це лінія, яка відображає тенденцію розвитку досліджуваного параметра. У нашому випадку таким параметром є обсяг перевезень автотранспортного підприємства.

Коефіцієнти a_0 і a_1 визначити за допомогою розв'язання системи рівнянь

$$\begin{cases} a_0 \cdot n + a_1 \cdot \sum_{i=1}^n t_i = \sum_{i=1}^n Q_i \\ a_0 \cdot \sum_{i=1}^n t_i + a_1 \cdot \sum_{i=1}^n t_i^2 = \sum_{i=1}^n Q_i \cdot t_i \end{cases}, \quad (1.2)$$

де n – кількість звітних даних.

2. Знайти вид тренду часового ряду за допомогою рівняння параболи:

$$S = b_0 + b_1 \cdot t + b_2 \cdot t^2, \quad (1.3)$$

де b_0, b_1, b_2 – коефіцієнти моделі.

Коефіцієнти b_0, b_1 і b_2 визначити за допомогою розв'язання системи рівнянь

$$\begin{cases} b_0 \cdot n + b_1 \cdot \sum_{i=1}^n t_i + b_2 \cdot \sum_{i=1}^n t_i^2 = \sum_{i=1}^n Q_i \\ b_0 \cdot \sum_{i=1}^n t_i + b_1 \cdot \sum_{i=1}^n t_i^2 + b_2 \cdot \sum_{i=1}^n t_i^3 = \sum_{i=1}^n Q_i \cdot t_i \\ b_0 \cdot \sum_{i=1}^n t_i^2 + b_1 \cdot \sum_{i=1}^n t_i^3 + b_2 \cdot \sum_{i=1}^n t_i^4 = \sum_{i=1}^n Q_i \cdot t_i^2 \end{cases}, \quad (1.4)$$

Показники, необхідні для розрахунку коефіцієнтів навести у табличному вигляді (див табл. 1.4).

3. Побудувати графіки отриманих функцій в одній системі координат, тут же зазначити точки, що відповідають звітним даним.

4. Визначити середню помилку апроксимації для обох моделей за формулою:

$$\varepsilon = \frac{\sum_{i=1}^n |Q_i - Q_i''|}{n}, \quad (1.5)$$

де Q_i – вихідні дані обсягу перевезень i -го року, тис. т.;

Q_i'' – розрахункове значення обсягу перевезень i -го року, отримане із застосуванням „*моделі розвитку*”, тис. т.

5. На підставі значень середньої помилки апроксимації вибрати кращу для прогнозування модель. Визначити прогнозне значення обсягу перевезень у $n+1$ році за цією моделлю.

6. Зробити висновки за результатами роботи.

Приклад виконання завдання

Виконати прогноз обсягу перевезень автотранспортного підприємства за допомогою „*моделі розвитку*” за звітними даними, наведеними у табл. 1.3.

Таблиця 1.3

Звітні дані автотранспортного підприємства

Номер року (t)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Обсяг перевезень (Q), тис. т.	162	208	186	190	190	210	206	216	208	151

Розв'язання.

1. Знайдемо значення тренда, вирішивши рівняння (1.1).

Для цього необхідно визначити коефіцієнти a_0 , a_1 , які знаходять за допомогою вирішення системи рівнянь

$$\begin{cases} a_0 \cdot 10 + a_1 \cdot \sum_{i=1}^{10} t_i = \sum_{i=1}^{10} Q_i \\ a_0 \cdot \sum_{i=1}^{10} t_i + a_1 \cdot \sum_{i=1}^{10} t_i^2 = \sum_{i=1}^{10} Q_i \cdot t_i \end{cases}. \quad (1.6)$$

Показники, які необхідні для розрахунку коефіцієнтів a_0 , a_1 , подамо у табл. 1.4.

Таблиця 1.4

Показники для розрахунку коефіцієнтів моделі

№ з/п	Позначення показника										
	t_i	Q_i	t_i^2	t_i^3	t_i^4	$Q_i \cdot t_i$	$Q_i \cdot t_i^2$	$Q_i^{''i\delta}$	$Q_i^{''i\delta}$	$ Q_i - Q_i^{''i\delta} $	$ Q_i - Q_i^{''i\delta\delta} $
1	1	162	1	1	1	162	162	189,5	167,7	27,55	5,68
2	2	208	4	8	16	416	832	190,3	182,9	17,75	25,1
3	3	186	9	27	81	558	1674	190,9	194,5	4,95	8,5
4	4	190	16	64	256	760	3040	191,7	202,5	1,65	12,5
5	5	190	25	125	625	950	4750	192,3	206,8	2,35	16,8
6	6	210	36	216	1296	1260	7560	193,1	207,6	17,0	2,4
7	7	206	49	343	2401	1442	10094	193,7	204,6	12,25	1,4
8	8	216	64	512	4096	1728	13824	194,4	198,1	21,55	17,9
9	9	208	81	729	6561	1872	16848	195,1	187,9	12,85	20,1
10	10	151	100	1000	10000	1510	15100	195,8	174,1	44,85	23,1
Σ	55	1927	385	3025	25333	10658	73884	1734	1927	162,7	133,4

Система рівнянь має наступний вигляд:

$$\begin{cases} 10 \cdot a_0 + 55 \cdot a_1 = 1927 \\ 55 \cdot a_0 + 385 \cdot a_1 = 10658 \end{cases}$$

Рішенням цієї системи будуть значення коефіцієнтів $a_0=0,7$, $a_1=188,8$, а рівняння тренду буде таким:

$$Q^{np} = 188,8 + 0,7 \cdot t$$

Знайдемо значення обсягу перевезень за лінійною моделлю і побудуємо відповідний графік (див. табл. 1.4, рис. 1).

2. Знайдемо вид тренда, вирішивши рівняння параболи (1.3). Згідно з формулою (1.4) визначають показники, які заносять до табл. 4 і використовують при складанні системи рівнянь (1.7). Розв'язуючи цю систему рівнянь, знаходять коефіцієнти b_0 , b_1 , b_2 :

$$\begin{cases} 10 \cdot b_0 + 55 \cdot b_1 + 385 \cdot b_2 = 1927 \\ 55 \cdot b_0 + 385 \cdot b_1 + 3025 \cdot b_2 = 10658 \\ 385 \cdot b_0 + 3025 \cdot b_1 + 25333 \cdot b_2 = 73884 \end{cases} \quad (1.7)$$

Значення коефіцієнтів дорівнює: $b_0=148,8$; $b_1=20,7$; $b_2=-1,82$ а рівняння тренду буде таким:

$$Q^{nap} = 148,8 + 20,7 \cdot t - 1,82 \cdot t^2$$

Знайдемо значення обсягу перевезень за квадратичною моделлю і побудуємо відповідний графік (див. табл. 1.4, рис. 1):

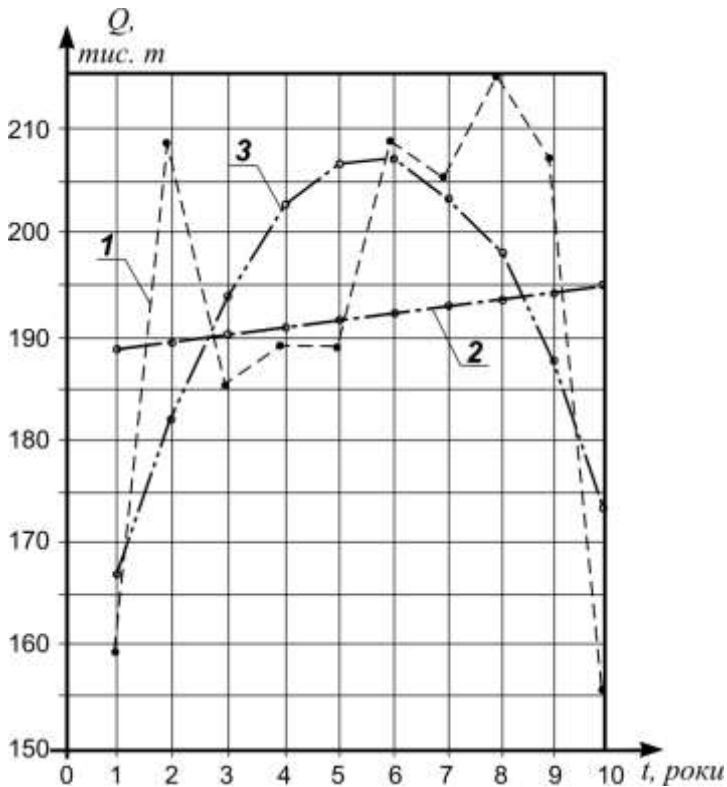


Рис. 1. Графічне відображення трендів:

1 – крива звітних даних; 2 – тренд прямої; 3 – тренд параболи.

3. Визначимо середню помилку апроксимації для обох моделей за формулою (1.5):

$$\begin{aligned}
 \varepsilon^{i\delta} &= \frac{\sum_{i=1}^{10} |Q_i - Q_i^*|}{10} = \frac{|162 - 189,55| + |208 - 190,25| + |186 - 190,95| +}{10} \\
 &+ \frac{|190 - 191,65| + |190 - 192,35| + |210 - 193,05| + |206 - 193,75| + |216 - 194,45| +}{10} \\
 &+ \frac{|208 - 195,15| + |151 - 195,85|}{10} = 16,27;
 \end{aligned}$$

$$\varepsilon^{i\delta\delta} = \frac{\sum_{i=1}^{10} |Q_i - Q_i^*|}{10} = 13,34.$$

4. На підставі середньої помилки апроксимації обираємо кращу для прогнозування модель. Цією моделлю буде та модель, яка має найменшу помилку апроксимації. Такою моделлю є параболічна функція. За квадратичною „*моделлю розвитку*” знайдемо прогнозне значення обсягу перевезень у $n+1$ році:

$$Q^{i \text{ до}}(t_{11}) = 148,8 + 20,7 \cdot 11 - 1,82 \cdot 11^2 = 156,67 \text{ \textit{ò èñ.ò.}}$$

5. Висновки за результатами роботи.

Практичне заняття №2.

ТЕМА: Прогнозування обсягу перевезень автотранспортного підприємства за допомогою моделі «попит - пропозиція».

Мета: навчитися прогнозувати обсяги перевезень автотранспортного підприємства за допомогою моделі «попит-пропозиція» та перевірити ступінь освоєння питань, що викладаються в лекційному курсі за цією темою.

Зміст роботи: побудувати двофакторну модель прогнозування обсягу перевезень автотранспортного підприємства.

Завдання. Визначити прогнозне значення обсягу перевезень автотранспортного підприємства за допомогою моделі „попит – пропозиція”.

Початковими даними відповідно до заданого варіанта є: значення обсягу перевезень з 1-го завдання, обсяг виробництва в регіоні та значення тарифу за транспортну роботу, які приймають відповідно до даних, що наведені в табл. 2.1 і 2.2. З табл. 2.1 початкові дані вибирають за передостанньою цифрою залікової книжки, з табл. 2.2 - за останньою.

Таблиця 2.1

Обсяг виробництва в регіоні (P), тис. грн.

Номер звітного року (t)	Номер варіанта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	999	711	459	344	932	802	716	698	1919	931
2	998	763	521	402	916	805	722	691	1959	958
3	995	809	581	406	908	809	726	675	1981	975
4	989	756	639	431	905	802	728	653	1992	986
5	979	808	693	462	913	824	731	632	1996	992
6	963	842	742	463	926	833	732	616	1981	995

продовження табл. 2.1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
7	940	876	786	519	941	843	733	606	1947	996
8	909	870	825	525	955	853	734	602	1964	998
9	870	898	859	873	968	862	735	601	1934	999
10	823	921	863	583	978	859	736	600	1925	996

Таблиця 2.2

Тариф за транспортну роботу (T), коп./ткм

Номер звітного року (t)	Номер варіанта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	3,0	5,0	4,5	3,7	5,6	4,2	4,8	4,4	4,0	5,1
2	3,0	5,0	4,6	3,7	5,6	4,2	4,8	4,5	4,1	5,2
3	3,0	5,5	4,7	3,8	5,6	4,3	4,8	4,5	4,2	5,2
4	3,1	5,7	4,8	3,8	5,8	4,4	4,8	4,6	4,6	5,2
5	3,1	5,7	4,9	3,9	5,8	4,5	4,8	4,7	5,0	5,2
6	3,1	5,8	5,0	3,9	6,0	4,5	5,0	4,7	5,5	5,4
7	3,2	6,0	5,0	4,0	6,2	4,6	5,0	4,8	6,1	5,7
8	3,2	6,0	5,1	4,0	6,2	4,7	5,0	5,0	6,8	6,1
9	3,2	6,5	5,2	4,1	6,4	4,8	5,2	5,2	7,6	6,6
10	3,3	6,5	5,3	4,1	6,4	4,8	5,2	5,4	8,5	6,9

Вказівки до виконання завдання

1. Знайти вид двофакторної лінійної моделі „*попит – пропозиція*”:

$$Q = a_0 + a_1 P + a_2 T, \quad (2.1)$$

де a_0, a_2, a_3 – коефіцієнти моделі.

Коефіцієнти a_0, a_2, a_3 відшукати за допомогою розв’язання системи рівнянь

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \sum_{i=1}^n P_i + a_2 \sum_{i=1}^n T_i = \sum_{i=1}^n Q_i \\ a_0 \sum_{i=1}^n P_i + a_1 \sum_{i=1}^n P_i^2 + a_2 \sum_{i=1}^n P_i T_i = \sum_{i=1}^n Q_i P_i \\ a_0 \sum_{i=1}^n T_i + a_1 \sum_{i=1}^n P_i T_i + a_2 \sum_{i=1}^n T_i^2 = \sum_{i=1}^n Q_i T_i \end{cases} \quad (2.2)$$

Показники, необхідні для розрахунку коефіцієнтів, навести в табличному вигляді.

2. Застосувати теорію кореляційного аналізу.

2.1. Розрахувати парні коефіцієнти кореляції між Q і P (r_{QP}), Q і T (r_{QT}), P і T (r_{PT}) за формулою (2.3). Розрахунки проводити в табличній формі.

$$r_{x/y} = \frac{\overline{x \cdot y} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y}, \quad (2.3)$$

де \bar{x}, \bar{y} – середнє значення величин x та y ;

σ_x, σ_y – середньоквадратичне відхилення для досліджуваних величин x та y .

Для розрахунку за формулою (2.3) застосовують вирази

$$\bar{x} = \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) / n; \quad \bar{y} = \left(\sum_{i=1}^n y_i \right) / n; \quad \overline{x \cdot y} = \left(\sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i \right) / n \quad (2.4)$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}; \quad \sigma_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n}}. \quad (2.5)$$

Кореляційний аналіз дає можливість встановити напрямок і силу зв'язку досліджуваних величин.

Напрямок зв'язку визначають за алгебраїчним знаком коефіцієнта кореляції. Якщо він має позитивний знак – напрямок зв'язку прямий, при негативному – зворотний.

Силу зв'язку оцінюють за значенням величини коефіцієнта кореляції. При $r_{x/y} < 0,1$ немає зв'язку між параметрами, при $r_{x/y} = 0,1 - 0,19$ зв'язок вважають слабким, при $r_{x/y} = 0,3 - 0,69$ зв'язок визначають середнім (помірним), а при $r_{x/y} = 0,7 - 0,99$ сильним.

2.2. Визначити множинний коефіцієнт кореляції за формулою

$$R_{x/yz} = \sqrt{\frac{r_{x/y}^2 + r_{x/z}^2 - 2 \cdot r_{x/y} \cdot r_{y/z} \cdot r_{y/z}}{1 - r_{y/z}^2}}. \quad (2.6)$$

За результатами розрахунків зробити аналіз кореляційного зв'язку, який навести у висновках по роботі.

3. Визначити середню помилку апроксимації для моделі за формулою

$$\varepsilon = \frac{\sum_{i=1}^n |Q_i - Q_i''|}{n}, \quad (2.7)$$

де Q_i – вихідні дані обсягу перевезень i -го року, тис. т.;

Q_i'' – розрахункове значення обсягу перевезень i -го року, отримане за допомогою моделі „*попит – пропозиція*”, тис. т.

Показники, необхідні для розрахунку навести в табличному вигляді.

4. За допомогою отриманої моделі розрахувати прогнозне значення обсягу перевезень підприємства, якщо відомо, що обсяг виробництва в прогнозованому періоді збільшився на 5%, тобто P'' дорівнює

$$P'' = 1,05P_{10}. \quad (2.8)$$

Тариф у прогнозованому періоді T'' залишається на рівні останнього звітного року:

$$T'' = T_{10}. \quad (2.9)$$

5. Зробити висновки за результатами роботи стосовно аналізу кореляційного зв'язку між факторами моделі „*попит-пропозиція*” та перспективного обсягу перевезень.

Приклад виконання завдання

Знайти прогнозне значення обсягу перевезень автотранспортного підприємства з використанням моделі „*попит – пропозиція*” за звітними даними, наведеними у табл. 2.3.

Таблиця 2.3

Звітні дані автотранспортного підприємства

Номер року (t), шт.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Обсяг перевезень (Q), тис. т.	162	208	186	190	190	210	206	216	208	151
Обсяг виробництва (P), тис. грн.	999	998	995	989	979	963	940	990	870	823
Тариф за транспортну роботу (T), коп./ткм	4,2	4,2	4,3	4,4	4,5	4,5	4,6	4,7	4,8	4,8

Розв'язання.

1. Знаходимо значення тренду, вирішивши рівняння (2.1).

Для цього необхідно визначити коефіцієнти a_0 , a_1 , a_2 . Показники, які необхідні для розрахунку коефіцієнтів представимо у табл. 2.4.

Систему рівнянь має наступний вигляд:

$$\begin{cases} 10 \cdot a_0 + 9546 \cdot a_1 + 45 \cdot a_2 = 1927 \\ 9546 \cdot a_0 + 9145890 \cdot a_1 + 42859,9 \cdot a_2 = 1843355 \\ 45 \cdot a_0 + 42859,9 \cdot a_1 + 200,96 \cdot a_2 = 8675,8 \end{cases}$$

Таблиця 2.4

Показники для розрахунку коефіцієнтів моделі

№ року	Позначення показника									
	P	T	Q	D^2	$D \cdot \dot{D}$	$Q \cdot D$	$Q \cdot \dot{D}$	\dot{D}^2	Q^i	$ Q_i - Q_i^m $
1	999	4,2	162	998001	4195,8	161838	680,4	17,64	213	51
2	998	4,2	208	996004	4191,6	207584	873,6	17,64	213	5
3	995	4,3	186	990025	4278,5	185070	799,8	18,49	209	23
4	989	4,4	190	978121	4351,6	187910	836	19,36	206	16
5	979	4,5	190	958441	4405,6	186010	855	20,25	200	10
6	963	4,5	210	927369	4333,5	202230	945	20,25	195	15
7	940	4,6	206	883600	4324	193640	947,6	21,16	186	20
8	990	4,7	216	980100	4653	213840	1015,2	20,09	199	17
9	870	4,8	208	756900	4176	180960	998,4	23,04	160	48
10	823	4,8	151	677329	3950,4	124273	724,8	23,04	146	5
Σ	9546	45	1927	9145890	42859,9	1843355	8675,8	200,96	1927	210

Рішенням цієї системи будуть значення коефіцієнтів $a_0=151,4$; $a_1=0,088$; $a_2= -9,45$, а рівняння тренду буде таким:

$$Q = 151,4 + 0,088 \cdot P - 9,45 \cdot \dot{D}.$$

Знаходимо значення обсягу перевезень за моделлю, та заносимо їх в табл. 2.4.

2. Розраховуємо парні коефіцієнти кореляції між Q і P (r_{QP}), Q і T (r_{QT}), P і T (r_{PT}) за формулами (2.3) – (2.5):

$$\bar{Q} = \left(\sum_{i=1}^{10} Q_i \right) / 10 = 192,7; \quad \bar{P} = \left(\sum_{i=1}^{10} P_i \right) / 10 = 954,6;$$

$$\sigma_P = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (P_i - \bar{P})^2}{10}} = \sqrt{3327,8} = 57,68; \quad \overline{Q \cdot P} = \left(\sum_{i=1}^n Q_i \cdot P_i \right) / 10 = 184335,5;$$

$$\sigma_Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (Q_i - \bar{Q})^2}{10}} = \sqrt{\frac{(162-192,7)^2 + (208-192,7)^2 + (186-192,7)^2 + (190-192,7)^2 + (190-192,7)^2 + (210-192,7)^2 + (206-192,7)^2 + (216-192,7)^2 + (208-192,7)^2 + (151-192,7)^2}{10}} = \sqrt{368,52} = 19,18;$$

$$r_{Q/P} = \frac{\overline{Q \cdot P} - \bar{Q} \cdot \bar{P}}{\sigma_Q \cdot \sigma_P} = \frac{184335,5 - (192,7 \cdot 954,6)}{19,18 \cdot 57,68} = 0,35.$$

Аналогічно визначимо коефіцієнт кореляції для параметрів Q і T та P і T , які дорівнюють $r_{Q/T} = 0,099$; $r_{P/T} = -0,8$. Зробимо аналіз кореляційного зв'язку параметрів, який представлено в табл. 2.5.

Таблиця 2.5

Характеристика кореляційного зв'язку параметрів

Вид характеристики зв'язку	Назва параметрів		
	Q і P	Q і T	P і T
Напрямок зв'язку	прямий	прямий	зворотний
Сила зв'язку	середня	слабка	слабка

Визначимо множинний коефіцієнт кореляції за формулою (2.6):

$$R_{Q/PT} = \sqrt{\frac{r_{Q/P}^2 + r_{Q/T}^2 - 2 \cdot r_{Q/P} \cdot r_{Q/T} \cdot r_{P/T}}{1 - r_{P/T}^2}} = 0,62.$$

3. Визначимо середню помилку апроксимації для моделі за формулою (2.7):

$$\varepsilon^{r\delta} = \frac{\sum_{i=1}^{10} |Q_i - Q_i^*|}{10} = 21.$$

4. Знайдемо за допомогою отриманої моделі прогнозне значення обсягу перевезень підприємства, якщо відомо, що обсяг виробництва в прогнозованому періоді збільшився на 5%, а тариф у прогнозованому періоді залишається на рівні останнього звітнього року:

$$P_{11} = 1,05 \cdot P_{10} = 1,05 \cdot 823 = 864,15; \quad T_{11} = T_{10} = 4,8.$$

$$Q_{11} = 151,4 + 0,088 \cdot P_{11} - 9,45 \cdot \dot{Q}_{11};$$

$$Q_{11} = 151,4 + 0,088 \cdot 864,15 - 9,45 \cdot 4,8 = 181,2 \text{ } \delta \text{ } \dot{\varepsilon} \text{ } \delta.$$

5. Висновки за результатами роботи.

Практичне заняття №3.

ТЕМА: Розрахунок обсягу випуску за статистичною лінійною моделлю міжгалузевого балансу.

Мета: навчитися складати статистичну лінійну модель міжгалузевого балансу та перевірити ступінь освоєння питань, що викладаються в лекційному курсі за цією темою.

Зміст роботи: розрахувати обсяг випуску продукції за статистичною лінійною моделлю міжгалузевого балансу.

Завдання. Розрахувати обсяг випуску сектора „ТРАНСПОРТ” у прогнозованому періоді за статистичною лінійною моделлю міжгалузевого балансу. Початкові дані для розрахунків за поточний період наведені у табл. 3.1 -3.2.

За перший сектор у моделі приймається сектор „Транспорт”, за другий „Виробництво”, за третій – „Паливно-енергетичний комплекс”. Початкові дані для розрахунків за поточний період наведені у табл. 3.1, 3.2 та 3.3.

Кожний студент отримує тризначний номер варіанта і обирає вихідні дані згідно з правилом: перша цифра варіанта вказує на номер варіанта з табл. 3.1, друга – на номер варіанта з табл. 3.2 і третя – з табл. 3.3.

Таблиця 3.1

Потоки сектора „Транспорт”, млн. грн.

Назва потоку	Номер варіанта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Власне споживання сектора „Транспорт” (X_{11})	89	83	178	267	56	145	59	123	72	181
Поставки сектора „Транспорт” у сектор “Виробництво” (X_{12})	3560	2759	4628	5607	4806	5785	4094	5016	3240	4410
Поставки сектора „Транспорт” у сектор кінцевого споживання (Y_1)	2670	3649	3738	4717	3916	4895	4183	5121	3330	4320

Таблиця 3.2

Потоки сектора „Виробництво”, млн. грн.

Назва потоку	Номер варіанта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Поставки сектора “Виробництво” у сектор „Транспорт” (X_{21})	680	285	570	312	331	708	349	726	288	576
Власне споживання сектора “Виробництво” (X_{22})	27603	23772	44784	84048	24262	46164	64416	86348	66813	64836
Поставки сектора “Виробництво” у сектор кінцевого споживання (Y_2)	46005	46925	38646	49685	51526	52444	53366	85428	34743	63906

Таблиця 3.3

Значення коефіцієнтів для розрахунку потоків секторів

Коефіцієнт	Номер варіанта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
k_1	2/3	1/3	1	1/4	2/3	3/4	1	3/4	1/3	2/3
k_2	2/3	1/4	1/3	1	1	3/4	1/3	1	1/4	2/3
k_3	1/2	1	1/3	3/4	1/4	1/2	3/4	1/3	1/5	1/2
k_4	3	4	5	2	1	3	2	4	5	3
k_5	3/4	1/5	1/4	2/3	1/3	1	1/4	1/5	3/4	1/2
h_1	1,03	1,07	0,95	1,16	1,10	1,15	0,89	0,96	1,03	0,85
h_2	0,85	0,95	1,05	1,06	1,10	1,19	0,91	0,86	1,04	1,00
h_3	1,00	1,02	1,05	1,03	1,00	1,00	1,01	1,08	1,00	1,00
g_2	1,02	1,05	1,03	1,08	1,00	1,02	1,00	1,09	1,12	1,10
g_3	1,06	1,00	1,08	1,07	1,00	0,89	0,93	1,00	0,82	1,00

Вказівки до виконання завдання

1. Скласти статистичну лінійну балансову модель міжгалузевих зв'язків (СЛБМ).

СЛБМ призначена для визначення змін валового випуску розглядуваного сектора та міжсекторних потоків при різноманітних

варіантах зміни потоків сектора кінцевого споживання та валового випуску інших секторів, що входять до складу моделі.

Структурними елементами моделі є сектори. Сектор – це різні виробничі комплекси міста (регіону, держави). Кожний виробничий комплекс є виробляючим та споживаючим сектором. Наприклад, сектор „Транспорт” (T) – це сукупність усіх систем різних видів транспорту, які функціонують у місті; сектор „Паливно-енергетичний комплекс” ($ПЕК$) – сукупність виробництв, що забезпечують потреби міста в енергоносіях (вугілля, нафта, газ, електроенергія); сектор „Виробництво” (B) – галузі економіки, що не включені в інші сектори.

Крім виробничих секторів модель включає ще сектор кінцевого споживання. Кінцеве споживання – це споживання, направлене не на виробництво товарів та послуг, а на задоволення вимог людей, які мешкають на території міста.

1.1. Визначити потоки сектора $ПЕК$, використовуючи значення поставок сектора „Транспорт”. Точність розрахунків у 1-му пункті – один знак після коми:

$$\begin{aligned} x_{13} &= x_{12} \cdot k_1; & x_{23} &= x_{12} \cdot k_2; & x_{33} &= x_{22} \cdot k_3; \\ x_{31} &= x_{21} \cdot k_4; & x_{32} &= x_{22} \cdot k_5. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Поставки сектора „Паливно-енергетичний комплекс” у сектор кінцевого споживання (Y_3) зв’язані залежністю

$$Y_3 = \frac{1}{3} \cdot Y_2. \quad (3.2)$$

1.2. Розрахувати валовий випуск кожного сектора X_i за наступний період:

$$X_i = \sum_{j=1}^n x_{ij} + Y_i, \quad (3.3)$$

де n - кількість секторів у розглянутій моделі;

x_{ij} – поставки i -го сектора в j -й сектор, млн. грн.;

Y_i – поставки i -го сектора в сектор кінцевого споживання, млн. грн.

1.3. Подати отримані дані у матричному вигляді, тобто записати СЛБМ:

$$\begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & Y_1 & X_1 \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & Y_2 & X_2 \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} & Y_3 & X_3 \end{vmatrix}. \quad (3.4)$$

2. На основі визначеної в попередньому пункті моделі міжгалузевих зв'язків (3.4) розрахувати матрицю коефіцієнтів прямих витрат A . Елементи матриці a_{ij} визначають за формулою

$$a_{ij} = \frac{x_{ij}}{X_j}, \quad (3.5)$$

де X_j – валовий випуск j -го сектора, млн. грн.

Точність розрахунків тут і далі – три знаки після коми. Матриця коефіцієнтів прямих витрат записується у вигляді

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}. \quad (3.6)$$

3. Розрахувати матрицю коефіцієнтів повних витрат B . Для розрахунку матриці використовуємо матричну формулу:

$$B = |E - A|^{-1}, \quad (3.7)$$

де E – одинична матриця.

$$B = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{vmatrix}, \quad E = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Вводимо позначення

$$D = |E - A|, \quad (3.8)$$

тоді в лінійному вигляді матрицю D розраховуємо за виразом

$$D = \begin{vmatrix} 1 - a_{11} & 0 - a_{12} & 0 - a_{13} \\ 0 - a_{21} & 1 - a_{22} & 0 - a_{23} \\ 0 - a_{31} & 0 - a_{32} & 1 - a_{33} \end{vmatrix}, \quad (3.9)$$

Для одержання матриці B необхідно згорнути матрицю D за залежністю

$$B = D^{-1} = \frac{1}{\det D} \begin{vmatrix} d'_{11} & d'_{12} & d'_{13} \\ d'_{21} & d'_{22} & d'_{23} \\ d'_{31} & d'_{32} & d'_{33} \end{vmatrix}^T, \quad (3.10)$$

де $\det D$ – визначник матриці D ;

d'_{ij} – алгебраїчне доповнення ij -го елемента матриці D ;

T - означає транспоновану матрицю.

Для визначників другого і третього порядків формули розрахунків такі:

$$\det D = d_{11}d_{22} - d_{12}d_{21}, \quad (3.11)$$

$$\det D = d_{11}d_{22}d_{33} + d_{12}d_{23}d_{31} + d_{13}d_{21}d_{31} - d_{13}d_{22}d_{31} - d_{11}d_{23}d_{32} - d_{12}d_{21}d_{33}. \quad (3.12)$$

Точність розрахунку визначника - вісім знаків після коми.

Розрахувати значення алгебраїчних доповнень.

Алгебраїчне доповнення ij -го елемента матриці – це мінор (M_{ij}) елемента, помножений на (-1) у степені $(i+j)$.

$$d'_{ij} = M_{ij} \cdot (-1)^{(i+j)}. \quad (3.13)$$

Мінор – це визначник під матрицею, який отримують викреслюванням i -го рядка і j -го стовпчика вихідної матриці.

Транспонування матриці – це таке перетворення вихідної матриці, в результаті якого рядки вихідної матриці стануть стобцями результуючої матриці.

4. Перевірити правильність обертання матриці B .

Після отримання матриці B за (3.9) перевіряємо правильність її обертання, для чого розраховуємо матрицю K :

$$K = B \cdot D. \quad (3.14)$$

Для отримання ij -го елемента матриці K при множенні матриць B і D необхідно елементи i -го рядка матриці B помножити на відповідні елементи j -го стовпчика матриці D , а потім скласти розраховані добутки. Сума цих перетворень і дасть шуканий елемент результуючої матриці.

Матрицю K запишемо у вигляді:

$$K = \begin{vmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{vmatrix}. \quad (3.15)$$

Потім перевіряємо рівність матриць K і E . Елементи матриць вважаються рівними, якщо різниця між ними існує тільки у третьому знаку після коми:

$$k_{ij} = e_{ij}, \quad \forall \delta \quad |k_{ij} - e_{ij}| < 0,01. \quad (3.16)$$

Матриці рівні між собою, якщо рівні всі їхні елементи, тобто для кожної пари елементів виконується умова (3.16). Якщо $K \neq E$, перевіряється правильність розрахунку матриці B .

5. Визначити необхідні зміни валового випуску і міжсекторних потоків при зміні векторів кінцевого споживання. Наприклад, поставки сектора «Транспорт» у сектор кінцевого споживання у

плановий період збільшуються на 10%, при цьому в інших секторах змін не відбувається. Визначаємо необхідну величину поставок сектора «Транспорт» у сектор кінцевого споживання:

$$Y_1' = 1,1 \cdot Y_1, \quad Y_2' = Y_2, \quad Y_3' = Y_3. \quad (3.17)$$

тут і далі апостроф позначає належність елемента до планового періоду.

Розраховуємо нове значення валового випуску трьох виробничих секторів за формулою

$$X_i' = \sum_{j=1}^n b_{ij} Y_j'. \quad (3.18)$$

За матрицею коефіцієнтів прямих витрат A знаходимо нові значення міжсекторних потоків:

$$x_{ij}' = a_{ij} \cdot Y_j'. \quad (3.19)$$

Отримані результати рекомендується навести у вигляді матриці СЛБМ:

$$\begin{pmatrix} x_{11}' & x_{12}' & x_{13}' & Y_1' & X_1' \\ x_{21}' & x_{22}' & x_{23}' & Y_2' & X_2' \\ x_{31}' & x_{32}' & x_{33}' & Y_3' & X_3' \end{pmatrix}. \quad (3.20)$$

Валовий випуск секторів і міжсекторних потоків порівнюємо з базовим варіантом матриці, яка розрахована за (3.4) для формулювання висновків. Висновки треба подати у вигляді тексту та порівняльної діаграми.

6. Визначення необхідних змін валового випуску сектора «Транспорт» при зміні векторів кінцевого споживання і валового випуску інших секторів.

Визначають величини поставок усіх секторів у сектор кінцевого споживання, а також валовий випуск секторів «Виробництво» і «Паливно-енергетичний комплекс» за формулами

$$Y_1' = h_1 Y_1, \quad Y_2' = h_2 Y_2, \quad Y_3' = h_3 Y_3; \quad X_2' = g_2 X_2, \quad X_3' = g_3 X_3, \quad (3.21)$$

де h_1, h_2, h_3 – коефіцієнти відповідних секторів, що вказують на зміну векторів сектору кінцевого споживання;

g_2, g_3 – коефіцієнти, що вказують на зміну валового випуску секторів «Виробництво» і «Паливно-енергетичний комплекс».

На підставі залежностей (3.18) і (3.22) визначають всі можливі моделі для розрахунку валового випуску сектора «Транспорт», за якими розраховують різноманітні його значення:

$$X'_i = \sum_j^n a_{ij} X'_j + Y'_i. \quad (3.22)$$

Для одержання моделей за залежністю (3.22) послідовно змінюється значення індексу i в межах від 1 до 3 і в кожному з варіантів моделі значення валового випуску сектора «Транспорт» виражається через інші змінні.

7. Зробити висновки за результатами роботи. Висновки формулюють на підставі результатів виконання пунктів 5 і 6. У пункті 5 виділяють міжсекторні потоки, які найбільшою мірою змінюються при 10-ти відсотковому збільшенні обсягу поставок сектора «Транспорт» у сектор кінцевого споживання. Пункт 6 повинен містити інформацію про можливість використання моделей для прогнозування обсягу роботи сектора «Транспорт».

Приклад виконання завдання

Розрахувати обсяг випуску сектора „ТРАНСПОРТ” у прогнозованому періоді за статистичною лінійною моделлю міжгалузевого балансу. Початкові дані для розрахунків за поточний період наведені в табл. 3.4, 3.5.

Таблиця 3.4

Значення потоків секторів, млн. грн.

Назва потоків сектора „Транспорт”			Назва потоків сектора „Виробництво”		
Власне споживання (x_{11})	Поставки у сектор „Виробництво” (x_{12})	Поставки у сектор кінцевого споживання (Y_1)	Поставки у сектор „Транспорт” (x_{21})	Власне споживання (x_{22})	Поставки у сектор кінцевого споживання (Y_2)
56	4806	3916	680	27603	46005

Таблиця 3.5

Значення коефіцієнтів для розрахунку потоків секторів

Позначення коефіцієнта									
k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	h_1	h_2	h_3	g_2	g_3
2/3	2/3	1/2	2	3/4	1,03	0,85	1,00	1,02	1,06

Розв'язання.

1. Складемо статистичну лінійну балансову модель міжгалузевих зв'язків.

1.1. Використовуючи формули (3.1) і (3.2), визначимо потоки сектора ПЕК:

$$x_{13} = x_{12} \cdot 2/3 = 4806 \cdot 2/3 = 3204 \text{ і єї. } \bar{a}đí;$$

$$x_{23} = x_{12} \cdot 2/3 = 27603 \cdot 2/3 = 18402 \text{ і єї. } \bar{a}đí.;$$

$$x_{33} = x_{22} \cdot 1/2 = 27603 \cdot 1/2 = 13802 \text{ і єї. } \bar{a}đí.;$$

$$x_{31} = x_{21} \cdot 2 = 680 \cdot 2 = 1360 \text{ і єї. } \bar{a}đí.;$$

$$x_{32} = x_{22} \cdot 3/4 = 27603 \cdot 3/4 = 20702 \text{ і єї. } \bar{a}đí.;$$

$$Y_3 = 1/3 \cdot Y_2 = 1/3 \cdot 46005 = 15335 \text{ і єї. } \bar{a}đí.$$

1.2. Розрахуємо валовий випуск кожного сектора X_i за наступний період за формулою (3.3):

$$X_1 = \sum_{j=1}^n x_{1j} + Y_1 = x_{11} + x_{12} + x_{13} + Y_1 = 56 + 4806 + 3204 + 3916 = 11982 \text{ і єї. } \bar{a}đí.$$

$$X_2 = x_{21} + x_{22} + x_{23} + Y_2 = 680 + 27603 + 18402 + 46005 = 92690 \text{ і єї. } \bar{a}đí.$$

$$X_3 = x_{31} + x_{32} + x_{33} + Y_3 = 1360 + 20702 + 15802 + 15335 = 51199 \text{ і єї. } \bar{a}đí.$$

Отримані дані записуємо в матричному вигляді:

$$\begin{vmatrix} 56 & 4806 & 3204 & 3916 & 11982 \\ 680 & 27603 & 18402 & 46005 & 92690 \\ 1360 & 20702 & 13802 & 15335 & 51199 \end{vmatrix}.$$

2. Визначимо валовий випуск секторів із застосуванням СЛБМ.

2.1. На основі визначеної в попередньому пункті моделі міжгалузевих зв'язків і використовуючи формулу (3.5), розрахуємо матрицю коефіцієнтів прямих витрат A :

$$a_{11} = \frac{x_{11}}{X_1} = \frac{56}{11982} = 0,005; \quad a_{12} = \frac{x_{12}}{X_2} = \frac{4806}{92690} = 0,052; \quad a_{13} = \frac{x_{13}}{X_3} = \frac{3204}{51199} = 0,063;$$

$$a_{21} = \frac{x_{21}}{X_1} = \frac{680}{11982} = 0,057; \quad a_{22} = \frac{x_{22}}{X_2} = \frac{27603}{92690} = 0,298; \quad a_{23} = \frac{x_{23}}{X_3} = \frac{18402}{51199} = 0,359;$$

$$a_{31} = \frac{x_{31}}{X_1} = \frac{1360}{11982} = 0,114; \quad a_{32} = \frac{x_{32}}{X_2} = \frac{20702}{92690} = 0,223; \quad a_{33} = \frac{x_{33}}{X_3} = \frac{13802}{51199} = 0,270;$$

Матриця коефіцієнтів прямих витрат має вигляд

$$A = \begin{vmatrix} 0,005 & 0,052 & 0,063 \\ 0,057 & 0,298 & 0,359 \\ 0,114 & 0,223 & 0,270 \end{vmatrix}.$$

2.2. Визначимо матрицю коефіцієнтів повних витрат B . Використовуючи формули (3.8), (3.9), розрахуємо матрицю D :

$$D = \begin{vmatrix} 1-0,005 & 0-0,052 & 0-0,063 \\ 0-0,057 & 1-0,298 & 0-0,359 \\ 0-0,114 & 0-0,223 & 1-0,270 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0,995 & -0,052 & -0,063 \\ -0,057 & 0,702 & -0,359 \\ -0,114 & -0,223 & 0,730 \end{vmatrix}$$

Після розрахунку матриці D проведемо її обертання за формулою (3.10), при цьому необхідно використати формули (3.12), (3.13):

$$\begin{aligned} \det D &= d_{11}d_{22}d_{33} + d_{12}d_{23}d_{31} + d_{13}d_{21}d_{32} - d_{13}d_{22}d_{31} - d_{11}d_{23}d_{32} - d_{12}d_{21}d_{33} = \\ &= [0,995 \cdot 0,702 \cdot 0,73] + [(-0,052) \cdot (-0,359) \cdot (-0,114)] + \\ &+ [(-0,063) \cdot (-0,057) \cdot (-0,223)] - [(-0,063) \cdot 0,702 \cdot (-0,114)] - \\ &- [0,995 \cdot (-0,359) \cdot (-0,223)] - [(-0,052) \cdot (-0,057) \cdot 0,73] = 0,421. \end{aligned}$$

Визначимо алгебраїчне доповнення елементів матриці D . Наприклад, для визначення елемента d'_{11} викреслюємо перший рядок і перший стовпчик з матриці D , а елементи, що залишилися, утворюють шукану субматрицю, яку домножуємо на (-1) у степені $(1+1)$:

$$d'_{11} = M_{11} \cdot (-1)^{(1+1)} = \begin{vmatrix} d_{22} & d_{23} \\ d_{32} & d_{33} \end{vmatrix} \cdot (-1)^{(1+1)} = [(d_{22} \cdot d_{33} - d_{23} \cdot d_{32})] \cdot (-1)^2 = [(0,702 \cdot 0,73) - (-0,359) \cdot (-0,223)] \cdot (-1)^2 = 0,432.$$

Матриця B має наступний вигляд:

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{\det D} \cdot \begin{vmatrix} d'_{11} & d'_{12} & d'_{13} \\ d'_{21} & d'_{22} & d'_{23} \\ d'_{31} & d'_{32} & d'_{33} \end{vmatrix}^T = \frac{1}{0,420} \cdot \begin{vmatrix} 0,432 & 0,083 & 0,093 \\ 0,052 & 0,719 & 0,228 \\ 0,063 & 0,360 & 0,696 \end{vmatrix}^T = \\ &= \frac{1}{0,420} \cdot \begin{vmatrix} 0,432 & 0,052 & 0,063 \\ 0,083 & 0,719 & 0,360 \\ 0,093 & 0,228 & 0,696 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1,028 & 0,124 & 0,150 \\ 0,198 & 1,711 & 0,857 \\ 0,221 & 0,542 & 1,656 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

2.3. Перевіримо правильність обертання матриці B . Для цього розрахуємо матрицю K . Наприклад, для перших елементів матриці K маємо:

$$k_{11} = 1,028 \cdot 0,995 + 0,124 \cdot (-0,057) + 0,15 \cdot (-0,114) = 1,023 - 0,024 = 0,999;$$

$$k_{12} = 1,028 \cdot (-0,005) + 0,124 \cdot 0,702 + 0,15 \cdot (-0,223) = -0,053 + 0,087 - 0,033 = 0,001.$$

$$K = \begin{vmatrix} 0,999 & 0,0001 & 0,000 \\ 0,001 & 1,0000 & 0,0003 \\ 0,0001 & 0,0004 & 1,000 \end{vmatrix}.$$

Різниця між елементами матриць K і E задовольняє умові (3.16), тому матриця B розрахована правильно.

3. Визначимо зміни валового випуску і міжсекторних потоків при зміні векторів кінцевого споживання.

У перспективному періоді збільшуються на 10% поставки сектора «Транспорт» у сектор кінцевого споживання, при цьому в інших секторах змін не відбуваються:

$$Y'_1 = 1,1 \cdot Y_1 = 1,1 \cdot 3916 = 4307,6 \text{ і єі. } \tilde{a} \tilde{d} \tilde{t}; Y'_2 = Y_2 = 46005 \text{ і єі. } \tilde{a} \tilde{d} \tilde{t}, \\ Y'_3 = Y_3 = 15335 \text{ і єі. } \tilde{a} \tilde{d} \tilde{t}.$$

Розрахуємо нове значення валового випуску трьох виробничих секторів використовуючи формулу (3.18):

$$X'_1 = b_{11} \cdot Y'_1 + b_{12} \cdot Y'_2 + b_{13} \cdot Y'_3 = 1,028 \cdot 4307,6 + 0,124 \cdot 46005 + 0,15 \cdot 15335 = \\ = 12433 \text{ і єі. } \tilde{a} \tilde{d} \tilde{t};$$

$$X'_2 = b_{21} \cdot Y'_1 + b_{22} \cdot Y'_2 + b_{23} \cdot Y'_3 = 0,198 \cdot 4307,6 + 1,711 \cdot 46005 + 0,857 \cdot 15335 = \\ = 92709,5 \text{ і єі. } \tilde{a} \tilde{d} \tilde{t};$$

$$X'_3 = b_{31} \cdot Y'_1 + b_{32} \cdot Y'_2 + b_{33} \cdot Y'_3 = 0,221 \cdot 4307,6 + 0,542 \cdot 46005 + 1,656 \cdot 15335 = \\ = 51281 \text{ і єі. } \tilde{a} \tilde{d} \tilde{t}.$$

З використанням матриці коефіцієнтів прямих витрат A знайдемо нові значення міжсекторних потоків, наприклад:

$$x'_{11} = a_{11} \cdot Y'_1 = 0,005 \cdot 12433 = 62,165 \text{ і єі. } \tilde{a} \tilde{d} \tilde{t}; \\ x'_{12} = a_{11} \cdot Y'_2 = 0,052 \cdot 92709,5 = 4820,9 \text{ і єі. } \tilde{a} \tilde{d} \tilde{t}.$$

Отримані результати наведені у вигляді матриці СЛБМ:

$$\begin{vmatrix} x'_{11} & x'_{12} & x'_{13} & Y'_1 & X'_1 \\ x'_{21} & x'_{22} & x'_{23} & Y'_2 & X'_2 \\ x'_{31} & x'_{32} & x'_{33} & Y'_3 & X'_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 62,165 & 4820,9 & 3230,7 & 4307,6 & 12433 \\ 708,681 & 27627,43 & 18410 & 46005 & 92709,5 \\ 1417,362 & 20674,218 & 13845,87 & 15335 & 51281 \end{vmatrix}$$

Валовий випуск секторів і міжсекторних потоків порівнюють з базовим варіантом матриці, що розрахована за (3.4). Наприклад, $x_{11}=56$ млн. грн., $x'_{11}=62,165$ млн. грн., тобто власне споживання сектора „Т” збільшилось на 11%; $x_{33}=15335$ млн. грн., $x'_{33}=13845,87$ млн. грн., тобто власне споживання сектора „ЛЕК” зменшилось на 9,71%. Висновки у вигляді тексту та порівняльної діаграми навести в пункті 5.

4. Визначимо зміни валового випуску сектора «Транспорт» при зміні векторів кінцевого споживання і валового випуску секторів «Виробництво» і «Паливно-енергетичний комплекс»:

$$Y'_1 = h_1 \cdot Y_1 = 1,03 \cdot 3916 = 4033,5 \text{ і єі. } \tilde{a} \tilde{d} \tilde{t}; Y'_2 = h_2 \cdot Y_2 = 0,85 \cdot 46005 =$$

$$39104,3 \text{ і єі. } \tilde{a} \tilde{d} \tilde{t}; Y'_3 = h_3 \cdot Y_3 = 1,0 \cdot 15335 = 15335 \text{ і єі. } \tilde{a} \tilde{d} \tilde{t}; X'_2 = g_2 \cdot X_2 =$$

$$1,02 \cdot 92690 = 94543,8 \text{ і єі. } \tilde{a} \tilde{d} \tilde{t}; X'_3 = g_3 \cdot X_3 = 1,06 \cdot 51199 = 54271 \text{ і єі. } \tilde{a} \tilde{d} \tilde{t}.$$

Використовуючи залежність (3.18) визначимо валовий випуск сектора „Т” на перспективний період при зміні поставок у сектор кінцевого споживання:

$$X_1' = \sum_{j=1}^n b_{ij} \cdot Y_j = b_{11} \cdot Y_1 + b_{12} \cdot Y_2 + b_{13} \cdot Y_3 = 1,028 \cdot 4033,5 + 0,124 \cdot 39104,3 + 0,15 \cdot 15335 = 11295,6 \text{ і її. } \tilde{a} \tilde{d} \tilde{t}.$$

На підставі виразу (3.22) визначимо всі можливі моделі для розрахунку валового випуску сектора «Транспорт». Для одержання моделей за залежністю (3.22) послідовно змінюємо значення індексу i у межах від 1 до 3:

$$X_1' = \sum_j a_{ij} X_j' + Y_i' = a_{11} \cdot X_1' + a_{12} \cdot X_2' + a_{13} \cdot X_3' + Y_1' = 0,005 \cdot 11295,6 + 0,052 \cdot 94543,8 + 0,063 \cdot 54271 + 4033,5 = 12425,3 \text{ і її. } \tilde{a} \tilde{d} \tilde{t};$$

$$X_1' = \sum_j a_{ij} X_j' + Y_i' = a_{21} \cdot X_1' + a_{22} \cdot X_2' + a_{23} \cdot X_3' + Y_1' = 0,057 \cdot 11295,6 + 0,298 \cdot 94543,8 + 0,359 \cdot 54271 + 39104,3 = 87405 \text{ і її. } \tilde{a} \tilde{d} \tilde{t};$$

$$X_1' = \sum_j a_{ij} X_j' + Y_i' = a_{31} \cdot X_1' + a_{32} \cdot X_2' + a_{33} \cdot X_3' + Y_1' = 0,114 \cdot 11295,6 + 0,223 \cdot 94543,8 + 0,27 \cdot 54271 + 15335 = 52359 \text{ і її. } \tilde{a} \tilde{d} \tilde{t}.$$

Для кожного з варіантів моделі значення валового випуску сектора «Транспорт» зробити висновки щодо можливості використання моделей для прогнозування обсягу роботи сектора та навести їх у пункті 5.

5. Висновки за результатами роботи.

Практичне заняття №4.

ТЕМА: Розрахунок матриці пасажирських кореспонденцій гравітаційним методом.

Мета: вивчити методику розрахунку матриці пасажирських кореспонденцій гравітаційним методом та перевірити ступінь освоєння питань, що викладаються в лекційному курсі за цією темою.

Зміст роботи: розрахувати матрицю пасажирських кореспонденцій гравітаційним методом.

Завдання. Визначити матрицю пасажирських кореспонденцій гравітаційним методом. З табл. 4.1 номери транспортних районів обирають за передостанньою цифрою залікової книжки, а з табл. 4.2 – за останньою. Характеристика транспортних районів - табл. 4.3.

Таблиця 4.1

Номери транспортних районів

Транспортний район	Номер варіанта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	36	1	2	5	7	3	6	4	8	10
2	41	9	12	17	15	14	18	25	11	13
3	45	16	24	22	19	21	26	30	20	23
4	48	35	28	29	37	31	33	39	26	32
5	50	40	43	38	46	42	49	47	34	44

Таблиця 4.2

Номери транспортних районів

Транспортний район	Номер варіанта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
6	86	51	52	55	57	53	56	54	58	60
7	91	59	62	67	65	64	68	77	61	63
8	95	66	74	72	69	71	76	80	50	53
9	98	85	78	79	87	81	83	89	76	82
10	100	90	93	88	96	92	99	97	84	94

Таблиця 4.3

Характеристика транспортних районів

Номер району	Кількість, тис. чол.		Координата		Номер району	Кількість, тис. чол.		Координата	
	меш-канців	роб. місць	X	Y		меш-канців	роб. місць	X	Y
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	6	1	40	54	51	45	8	61	74
2	65	20	32	74	52	61	28	19	50
3	85	6	94	14	53	29	1	30	7
4	31	1	58	16	54	87	1	30	7
5	73	16	65	60	55	36	1	75	78
6	31	8	61	32	56	72	5	90	99
7	65	30	49	34	57	92	29	36	86
8	55	26	29	25	58	50	18	83	25
9	57	12	4	98	59	78	20	60	88
10	22	3	4	28	60	24	8	72	75
11	28	13	4	81	61	43	19	41	60
12	1	1	69	45	62	32	7	19	37
13	58	25	41	63	63	44	11	59	59

продовження табл. 4.3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

14	81	3	71	48	64	91	3	37	2
15	64	19	17	45	65	44	4	62	27
16	99	11	98	85	66	47	1	54	79
17	9	2	67	1	67	32	1	49	10
18	58	1	45	50	68	98	41	30	58
19	39	5	17	43	69	62	24	90	52
20	82	11	62	57	70	30	8	15	58
21	18	6	56	24	71	66	13	68	86
22	32	8	91	7	72	20	1	51	23
23	34	5	53	35	73	63	2	31	31
24	84	41	57	31	74	82	34	28	94
25	78	20	50	16	75	47	20	46	27
26	15	1	21	40	76	12	5	15	73
27	38	14	77	87	77	67	13	39	95
28	51	25	68	36	78	83	3	1	32
29	36	5	18	13	79	9	1	20	39
30	12	2	65	45	80	9	1	42	47
31	85	21	73	32	81	3	1	6	81
32	62	19	68	61	82	39	3	97	67
33	19	6	95	59	83	46	13	21	1
34	46	11	89	55	84	53	11	3	73
35	82	37	80	23	85	63	4	43	52
36	66	7	94	80	86	28	2	9	21
37	22	1	90	65	87	15	7	62	75
38	16	1	32	63	88	86	21	60	68
39	14	3	59	53	89	74	36	6	20
40	99	33	31	46	90	1	1	76	71
41	10	3	25	2	91	97	34	37	72
42	61	3	20	26	92	9	4	97	47
43	89	26	20	66	93	39	14	62	48
44	3	1	19	92	94	6	2	39	92
45	65	28	14	69	95	33	12	14	7
46	70	34	15	29	96	42	5	86	1
47	47	8	80	98	97	44	18	23	11
48	25	2	21	41	98	94	6	26	28
49	38	15	65	75	99	55	1	42	30
50	14	6	19	89	100	67	11	37	3

Вказівки до виконання завдання

1. Відповідно до заданого варіанта оформити вихідні дані. Наприклад, для варіанта 00 початкові дані наведені у табл. 4.4.

Таблиця 4.4

Приклад оформлення вихідних даних

Номер транспортного району	Номер транспортного району за варіантом	Мешкає, тис. чол.	Працює, тис. чол.	Координата	
				X	Y
1	36	66	7	94	80
2	41	10	3	25	2
3	45	65	28	14	69
4	48	25	2	21	41
4	48	25	2	21	41
5	50	14	6	19	89
6	86	28	2	9	21
7	91	97	34	37	72
8	95	33	12	14	7
9	98	94	6	26	28
10	100	67	11	37	3

2. Створити координатну модель транспортної мережі. Для цього у двомірній системі координат розмірністю від 0 до 100 в масштабі 1:100000, нарисувати центри транспортних районів і зв'язати їх між собою таким чином, щоб центр кожного транспортного району мав не менше трьох і не більше чотирьох зв'язків з іншими центрами.

3. За отриманою координатною моделлю транспортної мережі визначити довжину пересування між районами шляхом вимірювання. Серед існуючих в транспортній мережі зв'язків обрати найкоротші. Результати вимірювань l_{ij} занести до таблиці. Приклад представлення матриці найкоротших шляхів наведено у табл. 4.5.

4. Визначити час руху між транспортними районами і трудність сполучення. Час руху розраховують за формулою

$$t_{ij} = \frac{l_{ij}}{V} \cdot 60, \quad (4.1)$$

де l_{ij} – довжина найкоротшого шляху між i -м та j -м районами, км;

V – швидкість руху транспортного засобу, км/год.

Швидкість руху транспортного засобу приймають 20 км/год. Час на пересування всередині району приймають 2 хв.

Трудність сполучення між транспортними районами (d_{ij}) визначають з використанням формули:

$$d_{ij} = \frac{1}{t_{ij}}. \quad (4.2)$$

Результати розрахунків навести в табличному вигляді.

Таблиця 4.5

Матриця найкоротших шляхів

Номер транспортного району відправлення	Номер транспортного району прибуття									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	l_{11}	l_{12}	l_{13}	l_{14}	l_{15}	l_{16}	l_{17}	l_{18}	l_{19}	$l_{1,10}$
2	l_{21}	l_{22}	l_{23}	l_{24}	l_{25}	l_{26}	l_{27}	l_{28}	l_{29}	$l_{2,10}$
3	l_{31}	l_{32}	l_{33}	l_{34}	l_{35}	l_{36}	l_{37}	l_{38}	l_{39}	$l_{3,10}$
4	l_{41}	l_{42}	l_{43}	l_{44}	l_{45}	l_{46}	l_{47}	l_{48}	l_{49}	$l_{4,10}$
5	l_{51}	l_{52}	l_{53}	l_{54}	l_{55}	l_{56}	l_{57}	l_{58}	l_{59}	$l_{5,10}$
6	l_{61}	l_{62}	l_{63}	l_{64}	l_{65}	l_{66}	l_{67}	l_{68}	l_{69}	$l_{6,10}$
7	l_{71}	l_{72}	l_{73}	l_{74}	l_{75}	l_{76}	l_{77}	l_{78}	l_{79}	$l_{7,10}$
8	l_{81}	l_{82}	l_{83}	l_{84}	l_{85}	l_{86}	l_{87}	l_{88}	l_{89}	$l_{8,10}$
9	l_{91}	l_{92}	l_{93}	l_{94}	l_{95}	l_{96}	l_{97}	l_{98}	l_{99}	$l_{9,10}$
10	$l_{10,1}$	$l_{10,2}$	$l_{10,3}$	$l_{10,4}$	$l_{10,5}$	$l_{10,6}$	$l_{10,7}$	$l_{10,8}$	$l_{10,9}$	$l_{10,10}$

4. Визначити ємність транспортних районів.

Сельбищну ємність району (кількість мешканців району, або кількість відправлень) (H_i) розраховують з використанням виразу

$$H_i = N_p \cdot \frac{\sum_{j=1}^{10} H_j}{N_i}, \quad (4.3)$$

де N_p – кількість мешканців району, тис. чол.;

H_j – трудова ємність району, тис. чол.;

N_m – населення міста, тис. чол.

$$N_i = \sum_{i=1}^{10} N_{p_i}. \quad (4.4)$$

Трудову ємність району (кількість прибуттів) (H_j) визначають виходячи з припущення, що в розглядуваний період часу (годину “пік”) в райони прибуває 80% всіх працюючих та культурно-побутові пересування у цей час відсутні.

$$H_j = 0,8 \cdot N, \quad (4.5)$$

де N – кількість робочих місць у районі, тис. чол.

Перевірити умову балансу місткості транспортних районів:

$$\sum_i H_i = \sum_j H_j. \quad (4.6)$$

Результати розрахунків подати в табличному вигляді.

5. Визначити матрицю кореспонденцій.

5.1. Матрицю кореспонденцій між транспортними районами розрахувати за допомогою гравітаційної моделі (за відправленням).

$$\dot{I}_{ij} = H_i \cdot \frac{H_j d_{ij} k_j}{\sum_{j=1}^n H_j d_{ij} k_j}, \quad (4.7)$$

де k_j – коефіцієнт балансування.

Розрахунок матриці кореспонденцій – це ітераційний процес. На першій ітерації розрахунку матриці приймають $k_j=1$, а на інших ітераціях коефіцієнт визначають окремо за формулою (4.11). Для спрощення розрахунків введемо позначення

$$Y = H_j \cdot d_{ij} \cdot k_j, \quad (4.8)$$

тоді
$$\dot{I}_{ij} = H_i \cdot \frac{Y_{ij}}{\sum_{j=1}^n Y_{ij}}.$$

Результати розрахунків подати у табличному вигляді.

5.2. Перевірити умову балансу матриці кореспонденцій.

Необхідно оцінити величину відхилення між вихідною величиною трудової ємності районів (H_j) та трудової ємності отриманою у результаті розподілу кореспонденцій за гравітаційною моделлю (H'_j). Величина відхилення не повинна перевищувати 10%. Відхилення для кожного району розраховують за формулою

$$\Delta_j = \frac{|H'_j - H_j|}{H_j} \cdot 100 = \frac{\left| \sum_j H_{ij} - H_j \right|}{H_j} \cdot 100, \quad (4.9)$$

$$\Delta_j \leq 10. \quad (4.10)$$

Якщо для одного з районів не виконується вимога (4.10), то розраховують за формулою (4.11) коефіцієнт балансування і розрахунок матриці кореспонденцій повторюють вже з новим значенням коефіцієнта на новій ітерації.

$$k_j = \frac{H_j}{H_j} = \frac{H_j}{\sum_j H_{ij}}. \quad (4.11)$$

6. Зробити висновки за результатами роботи. Висновки за результатами роботи формулюють з урахуванням загальної характеристики гравітаційного методу визначення матриці кореспонденцій та її відхилень, отриманих на різних ітераціях розрахунків.

Приклад виконання завдання

Розрахувати матрицю пасажирських кореспонденцій гравітаційним методом. Початкові дані до розрахунку наведені у таблиці 4.6.

Розв'язання.

1. Нарисуємо в масштабі $1:100000$ координатну модель транспортної мережі. (див. рис. 4.1).

2. Шляхом вимірювання за координатною моделлю транспортної мережі знайдемо найкоротшу довжину пересування між районами l_{ij} . Результати вимірювань представлено у табл. 4.6.

Таблиця 4.6

Матриця найкоротших шляхів, км

Номер району відправлення	Номер району прибуття									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	10,7	8,0	8,2	7,4	10,4	6,5	12,2	8,5	9,5
2	10,7	0	7,5	4,7	9,4	2,7	4,5	1,2	2,5	1,2
3	8,0	7,5	0	2,7	2,0	4,8	4,4	6,2	6,4	8,7
4	8,2	4,7	2,7	0	4,7	2,5	1,7	3,5	3,7	6,4
5	7,4	9,4	2,0	4,7	0	6,8	5,0	8,2	7,0	9,8
6	10,4	2,7	4,8	2,5	6,8	0	3,8	1,5	1,8	3,9
7	6,5	4,5	4,4	1,7	5,0	3,8	0	5,7	2,0	4,8
8	12,2	1,2	6,2	3,5	8,2	1,5	5,7	0	3,3	2,4
9	8,5	2,5	6,4	3,7	7,0	1,8	2,0	3,3	0	2,8
10	9,5	1,2	8,7	6,4	9,8	3,9	4,8	2,4	2,8	0

3. Визначимо з використанням формул (4.1), (4.2) час руху між транспортними районами і трудність сполучення. При розрахунку швидкість руху транспортного засобу приймаємо 20 км/год.

Наприклад, час руху між першим та другим районами дорівнює:

$$t_{12} = \frac{l_{12}}{V} \cdot 60 = \frac{10,7}{20} \cdot 60 = 32,1 \text{ хв.}$$

Пересування всередині району ($t_{11}=t_{22}=\dots=t_{10,10}=2\text{хв.}$). Результати розрахунків наведено в табл. 4.7.

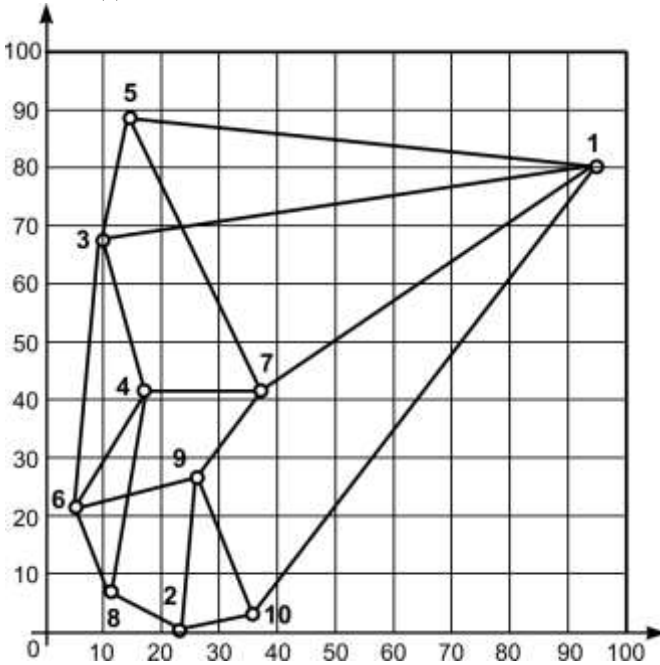


Рис. 2. Графічне відображення транспортної мережі

Таблиця 4.7

Час руху між транспортними районами, хв.

Номер району відправлення	Номер району прибуття									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	32,1	24	24,6	22,2	31,2	19,5	36,6	25,5	28,5
2	32,1	2	22,5	14,1	28,2	8,1	13,5	3,6	7,5	3,6
3	24	22,5	2	8,1	6,0	14,4	13,2	18,6	19,2	26,1
4	24,6	14,1	8,1	2	14,1	7,5	5,1	10,5	11,1	19,2
5	22,2	28,2	6,0	14,1	2	18,0	15,0	24,6	21,0	29,4
6	31,2	8,1	14,4	7,5	18,0	2	11,4	4,5	5,4	11,7
7	19,5	13,5	13,2	5,1	15,0	11,4	2	17,	6,0	14,4
8	36,6	3,6	18,6	10,5	24,6	4,5	17,1	2	9,9	7,2
9	25,5	7,5	19,2	11,1	21,0	5,4	6,0	9,9	2	8,4
10	28,5	3,6	26,1	19,2	29,4	11,7	14,4	7,2	8,4	2

Наприклад, трудність сполучення для першого транспортного району дорівнює:

$$d_{11} = \frac{1}{2} = 0,5; \quad d_{12} = \frac{1}{32,1} = 0,031; \quad d_{13} = \frac{1}{24} = 0,042.$$

Результати розрахунків наведено в табл. 4.8.

Таблиця 4.8

Трудність сполучення між транспортними районами

Номер району відправлення	Номер району прибуття									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,5	0,031	0,042	0,041	0,045	0,032	0,027	0,027	0,039	0,035
2	0,031	0,5	0,044	0,071	0,035	0,123	0,074	0,277	0,133	0,277
3	0,042	0,044	0,5	0,123	0,166	0,069	0,075	0,054	0,052	0,038
4	0,041	0,071	0,123	0,5	0,071	0,133	0,196	0,095	0,09	0,052
5	0,045	0,035	0,166	0,071	0,5	0,056	0,066	0,041	0,047	0,034
6	0,032	0,123	0,069	0,133	0,056	0,5	0,087	0,222	0,185	0,085
7	0,027	0,074	0,075	0,196	0,066	0,087	0,5	0,058	0,166	0,069
8	0,027	0,277	0,054	0,095	0,041	0,222	0,058	0,5	0,101	0,138
9	0,039	0,133	0,052	0,09	0,047	0,185	0,166	0,101	0,5	0,119
10	0,035	0,277	0,038	0,052	0,034	0,085	0,069	0,138	0,119	0,5

4. Визначимо ємність транспортних районів.

За формулою (4.5) визначимо трудову ємність районів (за прибуттям) (H_j):

$$H_1 = 0,8 \cdot N_1 = 0,8 \cdot 7 = 5,6 \text{ ò èñ. ÷î.}; \quad H_2 = 0,8 \cdot N_2 = 0,8 \cdot 3 = 2,7 \text{ ò èñ. ÷î.}$$

Результати розрахунків занесені до табл. 4.9.

$$N_i = \sum_{i=1}^{10} N_{p_i} = 66 + 10 + 62 + 25 + 14 + 28 + 97 + 33 + 94 + 67 = 499 \text{ ò èñ. ÷î.}$$

З використанням формули (4.3) розрахуємо сельбищну ємність районів:

$$H_1 = N_1 \cdot \frac{\sum_{j=1} H_j}{N_i} = 66 \cdot \frac{127,2}{499} = 16,82 \text{ ò èñ. ÷î.}; \quad H_2 = 10 \cdot \frac{127,2}{499} = 2,54 \text{ ò èñ. ÷î.}$$

Результати розрахунків занесені до табл. 4.9.

Перевіримо умову балансу ємності транспортних районів:

$$\sum_i H_i = \sum_j H_j = 127,2 \cdot$$

Таблиця 4.9

Ємність транспортних районів

Номер транспортного району	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Усього
Сельбищна ємність району (H_i), тис. чол.	16,82	2,54	16,57	6,37	3,57	7,13	24,72	8,41	23,96	17,08	127,2
Трудова ємність району (H_j), тис. чол.	5,6	2,4	22,4	1,6	4,8	1,6	27,2	11,2	20,8	29,6	127,2

5. Розрахунок матриці кореспонденцій.

Визначення величини кореспонденцій між i -м та j -м транспортними районами виконуємо із застосуванням гравітаційної моделі (за відправленням).

Визначимо елементи матриці Y на першій ітерації. Значення коефіцієнта балансування на першій ітерації $k_j=1$. Наприклад,

$$y_{11} = H_1 \cdot d_{11} \cdot k_1 = 5,6 \cdot 0,5 \cdot 1 = 2,8; \quad \hat{y}_{12} = \hat{I}_2 \cdot d_{12} \cdot k_2 = 22,4 \cdot 0,331 \cdot 1 = 0,074.$$

Результати розрахунків наведені в табл. 4.10.

Таблиця 4.10

Значення елементів матриці Y на першій ітерації

Номер району відправлення	Номер району прибуття										$\sum_j y_{ij}$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	2,8	0,074	0,94	0,065	0,22	0,051	1,387	0,302	0,811	1,036	7,686
2	0,174	1,2	0,98	0,113	0,168	0,196	2,01	3,102	2,766	8,199	19,91
3	0,235	0,105	11,2	0,196	0,796	0,11	2,04	0,604	1,081	1,124	17,49
4	0,225	0,17	2,76	0,8	0,34	0,21	5,33	1,06	1,87	1,54	14,31
5	0,25	0,08	3,72	0,11	2,4	0,09	1,8	0,45	0,98	1,0	10,88
6	0,18	0,3	1,54	0,21	0,27	0,8	2,36	2,49	3,84	2,51	14,5
7	0,28	0,18	1,68	0,31	0,32	0,14	13,6	0,65	3,47	2,04	22,67
8	0,15	0,66	1,21	0,15	0,19	0,35	1,57	5,6	2,1	4,1	16,08
9	0,22	0,32	1,16	0,09	0,23	0,3	4,52	1,13	10,4	3,52	21,89
10	0,19	0,66	0,85	0,08	0,16	0,13	1,87	1,54	2,48	14,8	22,76

Розраховуємо кореспонденції між районами. Наприклад,

$$\hat{I}_{11} = H_1 \cdot \frac{y_{11}}{\sum_j y_{1j}} = 16,82 \cdot \frac{2,8}{7,686} = 6,13 \text{ } \hat{y}_{11} \text{ } \hat{I}_{12} = H_1 \cdot \frac{y_{12}}{\sum_j y_{1j}} = 0,16 \text{ } \hat{y}_{12} \text{ } \hat{I}_{1j}$$

Результати розрахунків наведені в табл. 4.11. Перевіримо умови балансу матриці кореспонденцій, використовуючи формулу (4.9). Наприклад,

$$\Delta_1 = \frac{|H'_1 - H_1|}{H_1} \cdot 100 = \frac{7,415 - 5,6}{5,6} \cdot 100 = 32,41; \quad \Delta_2 = \frac{2,053 - 2,4}{2,4} \cdot 100 = 14,45.$$

Таблиця 4.11

Матриця кореспонденцій на першій ітерації, тис. чол.

Номер району відправл.	Номер району прибуття										$\sum_i H_j$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	6,13	0,16	2,058	0,142	0,48	0,11	3,037	0,66	1,774	2,269	16,82
2	0,025	0,159	0,132	0,015	0,022	0,026	0,267	0,412	0,367	1,079	2,54
3	0,222	0,099	10,61	0,185	0,754	0,104	1,932	0,572	1,024	1,064	16,57
4	0,102	0,075	1,228	0,356	0,151	0,093	2,373	0,471	0,832	0,685	6,37
5	0,082	0,026	1,224	0,036	0,787	0,029	0,590	0,147	0,321	0,328	3,57
6	0,089	0,147	0,758	0,103	0,132	0,393	1,16	1,224	1,889	1,235	7,13
7	0,305	0,196	1,833	0,339	0,349	0,152	14,83	0,708	3,783	2,224	24,72
8	0,078	0,346	0,633	0,078	0,099	0,183	0,821	2,929	1,099	2,144	8,41
9	0,240	0,350	1,269	0,098	0,252	0,328	4,948	1,236	11,38	3,853	23,96
10	0,142	0,495	0,638	0,06	0,12	0,096	1,403	1,155	1,861	11,11	17,08
$H_j = \sum_i H_{ij}$	7,415	2,053	20,38	1,412	3,146	1,514	31,36	9,514	24,33	25,99	–
$\Delta_j, \%$	32,41	14,45	9	11,75	34,4	5,37	15,3	15	16,9	12,1	–

Умова відповідності вихідної величини трудової ємкості районів і трудової ємкості, отримана у результаті розподілу кореспонденцій за гравітаційною моделлю, виконується тільки для третього і шостого транспортних районів. Тому розрахуємо нові значення коефіцієнта балансування і проведемо розрахунок матриці кореспонденцій на новій ітерації. Наприклад,

$$k_1 = \frac{H_1}{H'_1} = \frac{5,6}{7,415} = 0,76, \quad k_2 = \frac{H_2}{H'_2} = \frac{2,053}{2,4} = 1,17, \quad k_3 = \frac{H_3}{H'_3} = \frac{20,38}{22,4} = 1,10.$$

Значення коефіцієнта для транспортних районів на другій ітерації наведено в табл. 4.12.

Таблиця 4.12

Значення коефіцієнта балансування на другій ітерації

Номер транспортного району	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Значення k_j	0,76	1,17	1,10	1,13	1,53	1,1	0,87	1,18	0,85	1,14

Визначимо елементи матриці Y на другій ітерації. Наприклад,

$$y_{11} = H_1 \cdot d_{11} \cdot k_1 = 5,6 \cdot 0,5 \cdot 0,76 = 2,128;$$

$$\hat{d}_{12} = \hat{I}_2 \cdot d_{12} \cdot k_2 = 22,4 \cdot 0,331 \cdot 1,17 = 0,086.$$

Результати розрахунків наведені в табл. 4.13.

Таблиця 4.13

Значення елементів матриці Y на другій ітерації.

Номер району відправл.	Номер району прибуття										$\sum_j y_{ij}$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	2,128	0,086	1,03	0,073	0,336	0,056	1,206	0,356	0,689	1,181	7,141
2	0,132	1,4	1,078	0,127	0,257	0,215	1,748	3,66	2,351	9,346	20,34
3	0,178	0,123	12,32	0,18	1,218	0,121	1,774	0,713	0,918	1,281	18,82
4	0,174	0,199	3,036	0,9	0,52	0,231	4,637	1,18	1,589	1,755	14,22
5	0,19	0,094	4,092	0,124	3,67	0,099	1,566	0,531	0,833	1,14	12,34
6	0,137	0,351	1,694	0,237	0,413	0,88	2,053	2,94	3,264	2,861	14,83
7	0,213	0,21	1,84	0,35	0,49	0,154	11,83	0,76	2,95	2,325	21,12
8	0,114	0,772	1,33	0,169	0,29	0,385	1,305	6,608	1,78	4,674	17,43
9	0,167	0,374	1,276	0,101	0,352	0,33	3,93	1,333	8,84	4,01	20,71
10	0,144	0,772	0,935	0,09	0,245	0,143	1,626	1,817	2,108	16,87	24,75

Розрахуємо кореспонденції між районами. Наприклад,

$$\hat{I}_{11} = H_1 \cdot \frac{y_{11}}{\sum_j y_{1j}} = 16,82 \cdot \frac{2,128}{7,141} = 5,012 \text{ \textit{ò èñ. ÷î ë.}; } \hat{I}_{12} = H_1 \cdot \frac{y_{12}}{\sum_j y_{1j}} = 0,202 \text{ \textit{ò èñ. ÷î ë.}}$$

Результати розрахунків наведені в табл. 4.14.

Таблиця 4.14

Матриця кореспонденцій на другій ітерації, тис. чол.

Номер району відправл.	Номер району прибуття										$\sum_i H_{ij}$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	5,012	0,202	2,426	0,172	0,791	0,132	2,841	0,838	1,623	2,783	16,82
2	0,016	0,176	0,134	0,016	0,033	0,026	0,218	0,458	0,294	1,169	2,54
3	0,158	0,109	10,84	0,158	1,073	0,108	1,561	0,628	0,808	1,127	16,57
4	0,078	0,089	1,36	0,403	0,233	0,103	2,078	0,528	0,712	0,786	6,37
5	0,086	0,027	1,184	0,036	1,062	0,028	0,453	0,153	0,241	0,33	3,57
6	0,066	0,169	0,814	0,114	0,199	0,423	0,987	1,413	1,57	1,376	7,13
7	0,249	0,246	2,153	0,41	0,573	0,18	13,85	0,89	3,45	2,72	24,72
8	0,055	0,372	0,642	0,082	0,14	0,186	0,63	3,188	0,86	2,255	8,41
9	0,193	0,432	1,476	0,117	0,407	0,382	4,546	1,542	10,23	4,64	23,96
10	0,099	0,533	0,646	0,064	0,169	0,098	1,122	1,255	1,454	11,64	17,08
$H_j = \sum_i H_{ij}$	5,982	2,355	21,67	1,572	4,68	1,666	28,28	10,89	21,24	28,82	—
$\Delta_j, \%$	6,8	1,87	3,2	1,7	2,5	4,1	3,9	8,68	2,1	2,6	—

Перевіримо умови балансу матриці кореспонденцій. Наприклад,

$$\Delta_1 = \frac{|H_1' - H_1|}{H_1} \cdot 100 = \frac{|5,982 - 5,6|}{5,6} \cdot 100 = 6,8;$$

$$\Delta_2 = \frac{|2,355 - 2,4|}{2,4} \cdot 100 = 1,87.$$

Результати розрахунків внесені у відповідний рядок табл. 4.14.

Розподіл кореспонденцій по транспортних районах на другій ітерації задовольняє умові (4.10), тому на цьому розрахунок матриці кореспонденції завершуємо.

6. Висновки.

2. ЗАПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. Як Ви розумієте термін „модель розвитку”?
2. Принцип математичного способу отримання трендів часового ряду.
3. Як значення розміру середньої помилки апроксимації впливає на вибір моделі прогнозування?
4. Записати рівняння лінійної та квадратичної „моделі розвитку”.
5. Принцип графічного способу отримання тренду моделі?
6. Що повинна вмішувати „модель розвитку”?
7. До яких регресійних моделей відносять „модель розвитку”?
8. Які існують способи отримання трендів „моделі розвитку”?
9. Що таке тренд „моделі розвитку”?
10. До яких регресійних моделей відносять *модель „попит-пропозиція”*?
11. Дати характеристику випадкам, до яких може бути зведена *модель „попит-пропозиція”*?
12. Дати назву й пояснити застосування математичного методу, який дозволяє отримати рішення моделі?
13. Пояснити у загальному вигляді послідовність отримання тренду *моделі „попит-пропозиція”*.
14. Дати оцінку кореляційним зв'язкам між параметрами моделі P і T , T і Q , Q і P ?
15. Які можливості має кореляційний аналіз для оцінку зв'язку між досліджуваними параметрами?
16. Для чого призначена СЛБМ?
17. Дати визначення сектора СЛБМ. Які сектори застосовані в моделі?

18. Обґрунтувати, чому модель міжгалузевих зв'язків називають статистичною?

19. Навести загальну структуру СЛБМ у графічному, табличному й матричному виглядах.

20. Як визначити за моделлю міжгалузевих зв'язків зміни сектора «Т» при зміні поставок у сектор кінцевого споживання та потоків інших секторів.

21. Який зміст має матриця коефіцієнтів прямих витрат при розрахунку потоків?

22. Що таке алгебраїчне доповнення елемента матриці? Навести приклади.

23. Що таке визначник? Яким чином розраховують визначник другого, третього, четвертого порядків? Навести приклад у загальному вигляді.

24. Виконання, якої умови свідчить про рівність матриць?

25. Обґрунтувати, чим відрізняється кореспонденція міського населення від пасажиропотоку?

26. Що таке рухливість міського населення. Назвати фактори, які впливають на рухливість?

27. Дати назву й охарактеризувати складові етапи принципу, який покладено в основу моделей розрахунку матриці кореспонденцій?

28. Що таке транспортний район, чим він характеризується? За якими принципами формуються транспортні райони міста? Як визначити центр транспортного району для змішаного, житлового та промислового районів?

29. Яка ідея транспортного розрахунку методом взаємних кореспонденцій?

30. Які фактори враховують ймовірнісні моделі розрахунку взаємних кореспонденцій? Чому гравітаційну модель відносять до ймовірнісних моделей?

31. Навести математичний вираз і пояснити зміст гравітаційної моделі розрахунку матриці кореспонденцій за відправленням з i -х транспортних районів, за прибуттям в j -ті транспортні райони? У зв'язку з яким фактором гравітаційна модель отримала таку назву?

32. Пояснити поняття “трудова” й “сельбишна” ємність транспортного району?

33. Що таке баланс матриці кореспонденцій, як його виконують? Від чого залежить відхилення від умови балансу матриці кореспонденцій?

34. Яке припущення приймається при визначенні обсягу транспортних районів за прибуттям?

35. Від чого залежить трудність сполучення між транспортними районами? Як її розраховують?

Рекомендована література

1. Системологія на транспорті [Текст] : Підручник: У 5 кн. / За заг. ред. М.Ф. Дмитриченка. - К.: Знання України, 2005. – Кн. 1: Основи теорії систем і управління / Е. В. Гаврилов, М. Ф. Дмитриченко, В. К. Доля та ін. – 344 с.

2. Горбачев П. Ф. Основы теории транспортных систем [Текст] : учеб. пособ. / П. Ф. Горбачев, И. А. Дмитриев. - Х.: ХНАДУ, 2002. – 202 с.

3. Вельможин А. В. Теория транспортных процессов и систем [Текст] : учеб. пособ. / А. В. Вельможин, В. А. Гудков, Л. Б. Миротин – М.: Транспорт, 1998. – 168 с.

4. Воркут А. И. Грузовые автомобильные перевозки [Текст] : учеб. для вузов. / А. И. Воркут – К.: Вища шк., 1986. – 447 с.

5. Кожин А. П. Математические методы в планировании и управлении грузовыми автомобильными перевозками [Текст] : Учеб. для вузов / А. П. Кожин, В. Н. Мезенцев. – М.: Транспорт, 1994. – 304 с.

6. Геронимус Б.Л. Экономико-математические методы в планировании на автомобильном транспорте [Текст] : Учебник для техникумов. / Б. Л. Геронимус. - 2 изд., перераб. и доп. – М.: Транспорт, 1982. - 192 с.

7. Горев А.. Э. Основы теории транспортных систем [Текст] : учеб. пособие. / А.Э. Горев. – СПбГАСУ. – СПб., 2010. – 214 с.

Навчально-методичне видання

ОСНОВИ ТЕОРІЇ ТРАНСПОРТНИХ ПРОЦЕСІВ І СИСТЕМ

Методичні вказівки
(Частина I)

практичних занять студентів напряму підготовки з галузі
27 "Транспорт", спеціальності 275 "Транспортні технології"
денної і заочної форм навчання

Віктор Васильович Аулін
Сергій Володимирович Лисенко
Андрій Вікторович Гриньків
Дмитро Вадимович Голуб

Під загальною редакцією д.т.н., проф. Ауліна В.В. –
Кропивницький: ЦНТУ, 2018. – 42с.

Відповідальний за випуск, комп'ютерний набір та верстка:

Здано до тиражування . Підписано до друку
Формат 60x84 1/16 (A5). Папір газетний. Ум. друк. арк. 3.3 Тираж
прим. Зам. №

ЦНТУ, м. Кропивницький, пр. Університетський, 8
Тел.: 39-04-73

Віддруковано в друкарні ЦНТУ

Віддруковано в друкарні ЦНТУ